УДК 622.28.044:622.831

Головко С.А., Булич Ю.Ю.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОНТАКТНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ОБЛАСТИ ЗАКРЕПЛЁННОГО МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНОГО АНКЕРА НА ОСНОВЕ ОБОБЩЁННОЙ ЗАДАЧИ Н.Е. ЖУКОВСКОГО

У роботі, для встановлення закону розподілу зусиль, які виникають на контакті витків анкера, фіксуючої суміші та гірської породи, розглянуто схему та розв’язок узагальненої задачі Н.Є. Жуковського. Отримані результати дозволяють визначити характер розподілу основних параметрів напружено-деформованого стану на контактних поверхнях закріпленого металополімерного анкера.

INTERACTION OF CONTACT SURFACES IN THE FIELD METAL POLYMER FIXED ANCHOR AS N.E. ZHUKOVSKY GENERALIZED TASK

Present paper is devoted to the scheme and solution of a N.E. Zhukovsky generalized task for installation of a distribution law of efforts, which one arise on a contact of orbits of an anchor, fixing mix and rock. The obtained outcomes allow to define character of distribution of main specifications of a deformed-strained state on contact surfaces metal polymer fixed anchor.

В практике эксплуатации горных выработок с анкерами, перекреплении, наблюдениях за смещениями и расслоением горных пород в выработки с помощью глубинных наблюдательных станций, тестовых испытаний анкеров на выдёргивание наблюдаются различные формы потери устойчивости анкерами и горными породами в зоне влияния анкеров. Это разрыв анкеров, потеря сцепления между анкерами и скрепляющим составом, значительные расслоения в породно-анкерном перекрытии, выдвигание анкеров из пород и, наоборот, «ныряние» анкеров в породы, сопровождающееся деформацией и обрывом шайб, воронкообразный изгиб слоёв пород вблизи анкера и ряд других. Для совершенствования технологии анкерного крепления и предотвращения различных форм потери устойчивости в выработках с анкерами необходимо знание причин и возникающих усилий, напряжений и перемещений по длине анкера, скрепляющего состава, и горных пород в области их взаимодействия.

В [1, 2] для выяснения распределения растягивающих усилий в теле анкера, нагруженного осевой растягивающей силой, была использована классическая задача Н.Е. Жуковского о распределении усилий в винтовой паре гайка – винт [5]. В качестве гайки рассматривался массив горной породы в окрестности анкера, хотя в зависимости от решаемой задачи можно рассматривать в качестве гайки также и фиксирующий состав. В качестве винта рассматривался сам анкер, на поверхности которого имеются выступы, расположенные по винтовой спирали. Предполагалось также, что в выбранной модели усилия, возникающие в зоне контакта анкера с горной породой, прикладывают непосредственно к телу анкера, а влияние таких факторов, как адгезия и силы трения на контакте, вполне могут быть учтены выбором коэффициентов пропорциональности между смещениями и усилиями, возникающими на контакте выступов анкера и горной породы. Кроме того, в [5] решалась задача для случая, когда болт и гайка выполнены из одного и того же материала, а в рассматриваемой в [1] модели – материал гайки и болта разный.

Задача, на решении которой основано дальнейшее исследование, решена с использованием операционного исчисления. Использование операционного исчисления при решении конечно-разностных задач показало свою эффективность в решении некоторых классов задач механики [5]. Результатом применения подобного подхода к решению указанной задачи является получение решения в виде

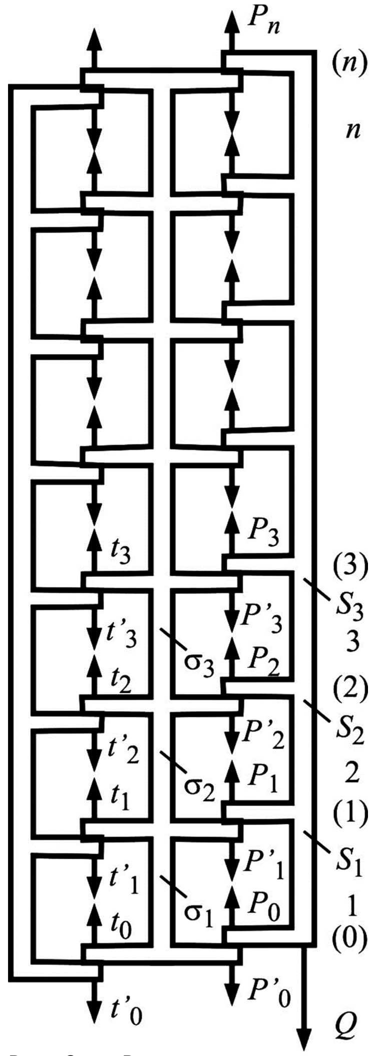

Рис. 2 – Расчетная схема распределения усилий по нарезкам винта, гайки и стенки

непрерывной функции от количества (номеров) витков. Это обстоятельство позволяет в дальнейшем облегчить её применение в вычислительных схемах и алгоритмах.

Сравнение распределений растягивающих усилий, полученных в [1], с работами других авторов [2, 3] дало хорошее качественное совпадение и, таким образом, применение решения задачи Н.Е. Жуковского продемонстрировало свою эффективность для получения распределения усилий и деформаций по длине зафиксированного металополимерного анкера.

Рассмотрим теперь обобщённую задачу Н.Е. Жуковского – задачу о распределении усилий по нарезам болтового разъёмного соединения, изображённого на рис. 1. Гайка снабжена внешней нарезкой, которой она ввёрнута в стенку из более податливого материала (втулка). Такое соединение подобно закреплению анкера в шпуре с помощью скрепляющего состава.

В основу расчёта примем схему рис. 2, представляющую обобщение схемы Н.Е. Жуковского.

Согласно Н.Е. Жуковскому [5] (рис. 2), правый стержень изображает тело болта, средний – тело втулки, а левый – тело гайки. Выступы, в которых соприкасаются стержни, изображают нарезы (витки) болта, гайки и втулки. Максимальное количество витков резьбы (нарезов) характеризуется далее числом *n*. Нумеруем нарезы снизу вверх: (0), (1), …, (*n*), а соответствующие поля между ними: 1, 2, …, *n*. Искомые усилия на нарезах болта и гайки обозначим через p_0, p_1, …, p_n, а на нарезах втулки и гайки – t_0, t_1 …, t_n.

Под действием этого усилия *i*-ое поле болта увеличит первоначальную длину на

$$\delta_i^Б = \frac{s_i^Б h_Б}{E_Б F_Б},$$

где $h_Б$ – расстояние между двумя выступами;

$F_Б$ – площадь поперечного сечения;

$E_Б$ – модуль упругости материала болта.

Нарез болта номер *i* под действием силы p_i поднимется относительно тела болта на величину, пропорциональную этой силе

$$f_i^Б = c_Б p_i,$$

где коэффициент пропорциональности $c_Б$ зависит от геометрических размеров и формы нареза болта и принимается постоянным для всех нарезов.

Смещение вниз *k*-го нареза болта представится формулой (как и в [1]):

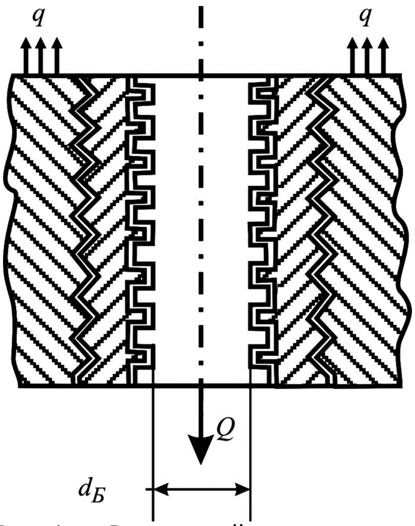

Рис. 1 – Взаимодействие анкера со скрепляющим составом и горной породой

$$\Delta_k^Б = \delta_0{}^Б - \sum_{i=1}^{k} \delta_i^Б - f_k{}^Б = \delta_0{}^Б - \frac{h_Б}{E_Б F_Б} \sum_{i=1}^{k} s_i{}^Б - c_Б p_k, \tag{1}$$

где $\delta_0{}^Б$ – смещение (направленное вниз) тела болта, расположенного ниже всех нарезов (приняты те же обозначения, что и в рассмотренном в [1] случае).

Как и в [1], выражение для усилия в k-ом поле тела болта имеет вид:

$$s_k^Б = Q - \sum_{i=0}^{k-1} p_i. \tag{2}$$

Смещение вниз k-го правого (внутреннего) нареза гайки будет иметь вид:

$$\Delta_k^{Гправ} = \Delta_0{}^Г - \sum_{i=1}^{k} \delta_i^Г + f_k{}^{Гправ} = \Delta_0{}^Г - \frac{h_Г}{E_Г F_Г} \sum_{i=1}^{k} \sigma_i{}^Г + c_Г^{прав} p_k. \tag{3}$$

Здесь $\Delta_0{}^Г$ – смещение (вниз) нижней поверхности гайки, $\sigma_i{}^Г$ – усилие в i-ом поле гайки; из простых статических соображений следует, что

$$\sigma_k^Г = \sum_{i=0}^{k-1} \left(p_i^Г - t_i \right) = \sum_{i=0}^{k-1} \left(p_i - t_i \right), \tag{4}$$

где t_i – усилие на i-ом левом (внешнем) нарезе гайки.

Из (2) и (3), замечая, что $\Delta_k^Б = \Delta_k^{Гправ}$, получаем

$$\delta_0{}^Б - \Delta_k^{Гправ} = \frac{h_Б}{E_Б F_Б} \sum_{i=1}^{k} s_i{}^Б - \frac{h_Г}{E_Г F_Г} \sum_{i=1}^{k} \sigma_i{}^Г + \left(c_Б + c_Г^{прав} \right) p_k.$$

Вычитая это уравнение из такого же уравнения, в котором k заменено на (k+1), получаем:

$$\lambda_1 s_{k+1}^Б - \lambda_2 \sigma_{k+1}^Г + p_{k+1} - p_k, \tag{5}$$

где для краткости введены обозначения

$$\lambda_1 = \frac{h_Б}{E_Б F_Б \left(c_Б + c_Г^{прав} \right)}, \quad \lambda_2 = \frac{h_Г}{E_Г F_Г \left(c_Б + c_Г^{прав} \right)}.$$

Написав теперь соотношение (5) для номера (k+1) и вычитая из него (5), получим по (1) и (4) разностное уравнение:

$$p_{k+2} - \left(2 + \lambda_1 + \lambda_2 \right) p_{k+1} + p_k + \lambda_2 t_{k+1} = 0, \tag{6}$$

содержащее две неизвестных функции целочисленного аргумента k (номера нареза). Второе разностное уравнение получим, составив условие равенства перемещений внешнего нареза гайки и нареза стенки, в которую гайка ввёрнута.

Перемещение вниз k-го левого нареза гайки будет:

$$\Delta_k^{Глев} = \Delta_0{}^Г - \sum_{i=1}^{k} \delta_i^Г - f_k{}^{Глев} = \Delta_0{}^Г - \frac{h_Г}{E_Г F_Г} \sum_{i=1}^{k} \sigma_i{}^Г - c_Г^{лев} t_k,$$

тогда как равное ему перемещение (вниз) соответствующего нареза стенки равно:

$$\Delta_k^С = c_С t_k,$$

где $c_Г^{лев}$, $c_С$ – коэффициенты, зависящие (как $c_Б$ и $c_Г^{прав}$) от формы, размеров и материала соответствующих нарезов (характеризуют качество закрепления).

Получаем

$$\frac{h_Г}{E_Г F_Г} \sum_{i=1}^{k} \sigma_i{}^Г + (c_Г^{лев} + c_С) t_k = 0.$$

Написав это соотношение для номера (k+1), после вычитания получим:

$$\lambda_3\sigma_{k+1}^{Г}+t_{k+1}-t_k=0,$$

где обозначено $\lambda_3=\dfrac{h_Г}{E_Г F_Г\left(c_Г^{лев}+c_C\right)}$.

Снова повторив указанный выше приём, по (4) найдём:

$$\lambda_3 p_{k+1}+t_{k+2}-\left(2+\lambda_3\right)t_{k+1}+t_k=0. \qquad (7)$$

Решение системы разностных уравнений (6) и (7) будет содержать четыре неизвестных постоянных p_0, p_1, t_0, t_1, которые определяются из краевых условий.

Из (5) и (7) имеем

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_{k+1}^{Г}=\frac{1}{\lambda_3}\left(t_k-t_{k+1}\right),\\&s_{k+1}^{Б}=\frac{1}{\lambda_1}\left(p_k-p_{k+1}\right)+\frac{\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3}\left(t_k-t_{k+1}\right),\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

и, значит, $\sigma_{n+1}^{Г}$ и $s_{n+1}^{Б}$ выразятся через указанные постоянные; уравнения для их нахождения будут

$$\sigma_{n+1}^{Г}=0\ ,\ s_{n+1}^{Б}=0\ ,\ \sigma_1^{Г}=p_0-t_0\ ,\ s_1^{Б}=Q-p_0. \qquad (9)$$

Переходя к решению полученной системы разностных уравнений [5], запишем изображающую систему:

$$\left.\begin{aligned}&\overset{*}{P}(r)\left[e^{2r}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^r+1\right]+\lambda_2 e^r\overset{*}{T}(r)=\left(e^r-1\right)\left[p_0\left(e^r-2-\lambda_1-\lambda_2\right)+p_1+\lambda_2 t_0\right],\\&\lambda_3 e^r\overset{*}{P}(r)+\overset{*}{T}(r)\left[e^{2r}-\left(2+\lambda_3\right)e^r+1\right]=\left(e^r-1\right)\left[\lambda_3 p_0+t_0\left(e^r-2-\lambda_3\right)+t_1\right].\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Её определитель представляет возвратный полином четвёртой степени относительно e^r:

$$\Delta\left(e^r\right)=e^{4r}-e^{3r}\left(4+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3\right)+e^{2r}\left[6+2\left(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3\right)+\lambda_1\lambda_3\right]-e^r\left(4+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3\right)+1=$$

$$=4e^{2r}\left[\mathrm{ch}^2 r-2\mathrm{ch}r\left(1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}\right)+1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{2}+\frac{\lambda_1\lambda_3}{3}\right].$$

Обозначим

$$\mathrm{ch}\beta_1=1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}+\sqrt{\left(1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}\right)^2-\frac{\lambda_1\lambda_3}{4}};$$

$$\mathrm{ch}\beta_2=1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}-\sqrt{\left(1+\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{4}\right)^2-\frac{\lambda_1\lambda_3}{4}}.$$

Нетрудно убедиться, что правые части этих выражений больше единицы, т.е. β_1 и β_2 – вещественны. Получаем теперь

$$\Delta\left(e^r\right)=\left(e^r-e^{\beta_1}\right)\left(e^r-e^{-\beta_1}\right)\left(e^r-e^{\beta_2}\right)\left(e^r-e^{-\beta_2}\right).$$

Из (10) имеем

$$\overset{*}{P}(r)=\frac{Q_1\left(e^r\right)}{\Delta\left(e^r\right)},\ \overset{*}{T}(r)=\frac{Q_2\left(e^r\right)}{\Delta\left(e^r\right)},$$

где обозначено:

$$Q_1\left(e^r\right)=\left\{p_0\left[e^{3r}-2\left(\operatorname{ch}\beta_1+\operatorname{ch}\beta_2\right)e^{2r}+\left(4\operatorname{ch}\beta_1\operatorname{ch}\beta_2+1\right)e^r-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right]+p_1\left[e^{2r}-\left(2+\lambda_3\right)e^r+1\right]+\lambda_2 t_0-\lambda_2 t_1 e^r\right\}\left(e^r-1\right);$$
$$Q_2\left(e^r\right)=\left\{\lambda_3 p_0-\lambda_3 p_1 e^r+t_0\left[e^{3r}-2\left(\operatorname{ch}\beta_1+\operatorname{ch}\beta_2\right)e^{2r}+\left(4\operatorname{ch}\beta_1\operatorname{ch}\beta_2+1\right)e^r-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\left(2+\lambda_3\right)\right]+t_1\left[e^{2r}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^r+1\right]\right\}\left(e^r-1\right).$$

Начальные ступенчатые функции находим по второй теореме разложения [5]. Получаем:

$$\begin{aligned}p_k=&\frac{e^{(k-1)\beta_1}}{4\operatorname{sh}\beta_1\left(\operatorname{ch}\beta_1-\operatorname{ch}\beta_2\right)}\left\{p_0\left[2\operatorname{ch}\beta_2-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right]+p_1\left[e^{2\beta_1}-\left(2+\lambda_3\right)e^{\beta_1}+1\right]+\lambda_2 t_0-\lambda_2 t_1 e^{\beta_1}\right\}+\\&+\frac{e^{(k-1)\beta_2}}{4\operatorname{sh}\beta_2\left(\operatorname{ch}\beta_2-\operatorname{ch}\beta_1\right)}\left\{p_0\left[2\operatorname{ch}\beta_1-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right]+p_1\left[e^{2\beta_2}-\left(2+\lambda_3\right)e^{\beta_2}+1\right]+\lambda_2 t_0-\lambda_2 t_1 e^{\beta_2}\right\}-\\&-\frac{e^{-(k-1)\beta_1}}{4\operatorname{sh}\beta_1\left(\operatorname{ch}\beta_1-\operatorname{ch}\beta_2\right)}\left\{p_0\left[2\operatorname{ch}\beta_2-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right]+p_1\left[e^{-2\beta_1}-\left(2+\lambda_3\right)e^{-\beta_1}+1\right]+\lambda_2 t_0-\lambda_2 t_1 e^{-\beta_1}\right\}-\\&-\frac{e^{-(k-1)\beta_2}}{4\operatorname{sh}\beta_2\left(\operatorname{ch}\beta_2-\operatorname{ch}\beta_1\right)}\left\{p_0\left[2\operatorname{ch}\beta_1-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right]+p_1\left[e^{-2\beta_2}-\left(2+\lambda_3\right)e^{-\beta_2}+1\right]+\lambda_2 t_0-\lambda_2 t_1 e^{-\beta_2}\right\};\end{aligned}\quad(11)$$

$$\begin{aligned}t_k=&\frac{e^{(k-1)\beta_1}}{4\operatorname{sh}\beta_1\left(\operatorname{ch}\beta_1-\operatorname{ch}\beta_2\right)}\left\{\lambda_3 p_0-\lambda_3 p_1 e^{\beta_1}+t_0\left[2\operatorname{ch}\beta_2-\left(2+\lambda_3\right)\right]+t_1\left[e^{2\beta_1}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^{\beta_1}+1\right]\right\}+\\&+\frac{e^{(k-1)\beta_2}}{4\operatorname{sh}\beta_2\left(\operatorname{ch}\beta_2-\operatorname{ch}\beta_1\right)}\left\{\lambda_3 p_0-\lambda_3 p_1 e^{\beta_2}+t_0\left[2\operatorname{ch}\beta_1-\left(2+\lambda_3\right)\right]+t_1\left[e^{2\beta_2}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^{\beta_2}+1\right]\right\}-\\&-\frac{e^{-(k-1)\beta_1}}{4\operatorname{sh}\beta_1\left(\operatorname{ch}\beta_1-\operatorname{ch}\beta_2\right)}\left\{\lambda_3 p_0-\lambda_3 p_1 e^{-\beta_1}+t_0\left[2\operatorname{ch}\beta_2-\left(2+\lambda_3\right)\right]+t_1\left[e^{-2\beta_1}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^{-\beta_1}+1\right]\right\}-\\&-\frac{e^{-(k-1)\beta_2}}{4\operatorname{sh}\beta_2\left(\operatorname{ch}\beta_2-\operatorname{ch}\beta_1\right)}\left\{\lambda_3 p_0-\lambda_3 p_1 e^{-\beta_2}+t_0\left[2\operatorname{ch}\beta_1-\left(2+\lambda_3\right)\right]+t_1\left[e^{-2\beta_2}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)e^{-\beta_2}+1\right]\right\}.\end{aligned}\quad(12)$$

Остаётся определить по (9) постоянные p_0, p_1, t_0, t_1.

Вычисление в общем виде весьма громоздко. Его нужно проводить для заданных числовых значений параметров λ_1, λ_2, λ_3. Предполагая, что число витков очень велико, можно получить сравнительно простое приближённое решение задачи, потребовав, чтобы в выражения p_k и t_k не входили слагаемые, содержащие $e^{k\beta_1}$ и $e^{k\beta_2}$. При этом первые два условия (9) будут удовлетворены, но не для конечного, а для бесконечного числа нарезов $\left(\lim\limits_{n\to\infty}s_n=0\ ,\ \ \lim\limits_{n\to\infty}\sigma_n=0\right)$, и ошибка при достаточно большом числе нарезов будет весьма мала.

Приравнивая нулю коэффициенты при $e^{k\beta_1}$ и $e^{k\beta_2}$ в формуле для p_k, получим величины t_0 и t_1, выраженные через p_0 и p_1:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_2 t_0&=p_0\left(2+\lambda_1+\lambda_2-e^{\beta_1}-e^{\beta_2}\right)+p_1\left(e^{\beta_1+\beta_2}-1\right),\\ \lambda_2 t_1&=-p_0\left(1-e^{-(\beta_1+\beta_2)}\right)+p_1\left[e^{\beta_1}+e^{\beta_2}-\left(2+\lambda_3\right)\right].\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

Приравнивая же нулю коэффициенты при $e^{k\beta_1}$ и $e^{k\beta_2}$ в выражении t_k, получим

$$\left.\begin{aligned}\lambda_3 p_0 &= t_0\left(2+\lambda_3-e^{\beta_1}-e^{\beta_2}\right)+t_1\left(e^{\beta_1+\beta_2}-1\right),\\ \lambda_3 p_1 &= -t_0\left(1-e^{-(\beta_1+\beta_2)}\right)+t_1\left[e^{\beta_1}+e^{\beta_2}-\left(2+\lambda_1+\lambda_2\right)\right].\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Эти же соотношения получим, решая (13) относительно p_0 и p_1, если учтём связь между корнями характеристического уравнения ($\mathrm{ch}\beta_1$ и $\mathrm{ch}\beta_2$) и его коэффициентами; так и должно быть, поскольку выполнение требования обращения в нуль при $k\to\infty$ усилий p_k должно автоматически привести к обращению в нуль при $k\to\infty$ и усилий t_k.

Теперь постоянные определяются из двух остающихся ещё в нашем распоряжении условий (9):

$$\sigma_1^Г = p_0 - t_0\ ,\ s_1^Б = Q - p_0\,,$$

которые по (8) можно также преобразовать к виду

$$\lambda_3 p_0 = t_0\left(1+\lambda_3\right)-t_1\,, \quad (15)$$

$$\lambda_3\left(p_0-p_1\right)+\lambda_2\left(t_0-t_1\right)+\lambda_1\lambda_3 p_0=\lambda_1\lambda_3 Q. \quad (16)$$

Из (15) и (14) находим

$$t_1 = t_0\left(e^{-\beta_1}+e^{-\beta_2}-e^{-\beta_1-\beta_2}\right),$$

$$\lambda_3 p_0 = t_0\left(1+\lambda_3-e^{-\beta_1}-e^{-\beta_2}+e^{-\beta_1-\beta_2}\right),$$

$$\lambda_3 p_1 = t_0\left[1+e^{\beta_1-\beta_2}+e^{\beta_2-\beta_1}-\left(3+\lambda_1+\lambda_2\right)\left(e^{-\beta_1}+e^{-\beta_2}-e^{-\beta_1-\beta_2}\right)\right].$$

Подстановка в (16) даёт теперь:

$$t_0 = \frac{\lambda_1\lambda_3 Q}{2\left[\mathrm{sh}\left(\beta_1+\beta_2\right)-\mathrm{sh}\beta_1-\mathrm{sh}\beta_2\right]} = \frac{\lambda_1\lambda_3 Q}{8\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1}{2}\mathrm{sh}\dfrac{\beta_2}{2}},$$

причём для вывода этого соотношения была использована формула:

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_1\lambda_3 = 4\mathrm{ch}\beta_1\mathrm{ch}\beta_2-2\left(\mathrm{ch}\beta_1+\mathrm{ch}\beta_2\right),$$

легко получаемая из зависимостей между корнями и коэффициентами характеристического уравнения.

Подстановка в (12) и (11) после преобразований даёт выражения для t_k и p_k:

$$t_k = \frac{\lambda_1\lambda_3 Q}{8\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1-\beta_2}{2}}\left[\frac{e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_2}}{\mathrm{sh}\dfrac{\beta_2}{2}}-\frac{e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_1}}{\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1}{2}}\right], \quad (17)$$

$$p_k = \frac{\lambda_1 Q}{2\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}\mathrm{sh}\dfrac{\beta_1-\beta_2}{2}}\left[\mathrm{sh}\frac{\beta_1}{2}e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_1}-\mathrm{sh}\frac{\beta_2}{2}e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_2}\right]+t_k. \quad (18)$$

Формулы (17) и (18) дают решение обобщённой задачи Н. Е. Жуковского при достаточно большом числе витков нарезок.

Для определения смещения нарезов болта и гайки в [5] следует использовать формулу:

$$f_i = c p_i\,,$$

где f_i – смещение i-го поперечного сечения под действием усилия p_i или t_i;
$c_Б$, $c_Г^{прав}$, $c_Г^{лев}$, $c_С$ – коэффициенты, зависящие от геометрических размеров, формы нареза болта (анкера), гайки (скрепляющего состава) и втулки (гор-

ной породы), качества закрепления анкера в скрепляющем составе и скрепляющего состава в горной породе, а также физико-механических свойств материала анкера, скрепляющего состава и горной породы.

Определение этих коэффициентов сопряжено с некоторыми трудностями, для разрешения которых, как и в [1], следует воспользоваться [6], где показана упрощённая схематизация реального соединения путём условного разделения его деформаций на общие (растяжение и сжатие тел болта и гайки) и местные (изгиб и сдвиг витков резьбы).

Таким образом, применение обобщённой задачи Н.Е. Жуковского позволит определить характер распределения основных параметров напряжённо-деформированного состояния на контактных поверхностях закреплённого анкера, слоя застывшего фиксирующего состава и поверхности шпура.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ларионов Г.И., Головко С.А., Булич Ю.Ю. О применении задачи Н.Е. Жуковского для определения усилий в закреплённом металополимерном анкере // Геотехническая механика. – 2006. – Вып. 64. – С. 30-40.
2. Aziz N.J., Indraratna B., Dey A. Influence of bolt surface profiles on the load transfer mechanism – laboratory and field study // Проблеми гірського тиску. – 2000. – № 4. – С. 48-81.
3. Cal Y., Jiang Y.J., Esaki T. A study of rock bolting design in soft rock // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. – 2004. – Vol. 41/3. Supplement 1. 2004. – P 545-550.
4. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции. Общий курс. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.
5. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М.-Л.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1951. – 432 с.
6. Биргер И.А., Иосилевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.

УДК 622.268.1

Антипов И.В., Лобков Н.И.

ФОРМИРОВАНИЕ РАЗРУШАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ИЗГИБАЮЩИХСЯ ПОРОДНЫХ СЛОЯХ

Приведені результати досліджень виникнення руйнуючих напружень в породних шарах, які вигинаються над виробленим простором. Розглянуто особливості руйнування та обвалення порід покрівлі в залежності від стратиграфії.

FORMING OF FAILING STRESS IN BENT ROCK LAYERS

Results of breaking points occurrence researches in rocky layers which are curved above open area are mentioned. Features of destruction and roof collapse depending on stratigraphy are considered.

Изменения физико-механического состояния вмещающего массива при ведении очистных работ, наблюдаемые в процессе проведения натурных и лабораторных исследований, позволили установить основные закономерности формирования вертикальных и горизонтальных напряжений в породных слоях в местах заделки над угольным пластом и над выработанным пространством [1, 2]. Упругое деформирование породных слоёв при разработке угольного пласта способствует росту опорного давления на пласт, горизонтальных сжимающих и растягивающих напряжений в каждом слое, что предопределяет разрушение пород в зоне опорного давления, деформирование подготовительных выработок. Обрушение пород кровли в призабойном пространстве часто приводит к посадке секций механизированной крепи на жёсткую базу.

Для прогноза шага обрушения породных слоёв актуальной задачей является установление разрушающих напряжений в слоях [3], входящих в область сдвижения и изгибающихся над выработанным пространством.

Целью работы является моделирование развития разрушающих напряжений в изгибающихся слоях и установление вида разрушения пород.